

Eesti LXIX matemaatikaolümpiaad
TALLINNA KOOLIVOOR
13.jaanuaril 2022.a. Tallinnas
VIII klass

Lahendamiseks on aega 3 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. On määratud teisendus $*$ nii, et $a * b = a - \frac{a}{b}$. Näiteks $2 * 4 = 2 - \frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$.

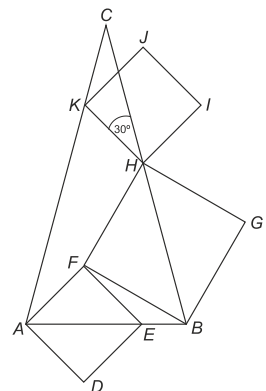
a) Leia x , kui on teada, et $(x * 3) * 6 = \frac{20}{3}$.

b) Kui palju on selliseid arvupaare $(y; z)$, mille korral $y * z = 0$ ning lisaks on teada, et y on arvust 0 suurem aga arvust 2022 väiksem täisarv?

2. Kas võrduses $MATE + MAA = TIK A$ on võimalik tähed asendada numbritega nii, et võrduks kehtiks ja erinevatele tähtedele vastaks erinevad numbrid ning ühesugustele ühesugused? Kui jah, siis leia kõik võimalused tähtede asendamiseks numbritega, kui ei, siis miks ei ole võimalik.

3. Laua peal oli suur kauss kommidega. Esimese lapsena jõudis kausi juurde Volli ning hakkas sealt komme sööma. Kui ta oli minut aega komme söönud, tuli kausi juurde Kalle ja hakkas ka koos temaga komme sööma. Iga järgmise minuti möödudes liitus kommide söömisega veel üks laps jne kuni hetkeni, kui üheteistkümnnes laps jõudis kausini, sest just siis said kausis olnud kommid otsa ning tema juba ühtegi kommi ei saanud. Seejuures mistahes laps sõi ühe minuti jooksul alati samapalju komme kui mistahes teine laps ühe minuti jooksul. Kui suure osa algul kausis olnud kommidest sõi Volli?

4. Kolmnurk ABC on võrdhaarne $CA = BC$. Ruudud $ADEF$, $FBGH$ ja $HIJK$ paiknevad nii, et punktid E , H ja K asuvad kolmnurga ABC külgedel. Teada on, et nurk CHK on suurusega 30° ning lõigud KH ja FE on paralleelsed. Leia nurga AFH suurus.



5. Arvutusmasinal on vaid kaks klahvi. Vajutades klahvi A, tekib ekraanile eelmisest arvust ühe võrra suurem arv ning vajutades klahvi B, tekib ekraanile eelmisest arvust kolm korda suurem arv. Algul on ekraanil arv 0. Leia kõik võimalused, kuidas saada ekraanile arv 13, kui iga klahvivajutusega peab ekraanile tekkiv arv erinevama seal olnud arvust.